

GRZEGORZ ŁUCZYNA

Techniki FM¹

1. SPRZĘŻENIA I PRZEWIJANIE ALGORYTMU

Popularny jest pogląd mówiący, że trzeba znać wiele algorytmów, by dobrze układać FM. Pomijając fakt, że bardzo mało w tym poglądzie prawdy, chciałbym pokazać, że każdy zna o wiele więcej algorytmów niż mu się wydaje.

Co to są sprzężenia i przewijanie algorytmu?

Sprzężenie to nic innego jak znane większości, wykorzystywane głównie w blindzie: setup - algorytm - cofnięcie setupu. Jeżeli więc mamy algorytm α , to jego sprzężeniem jest każdy algorytm postaci $\beta \cdot \alpha \cdot \beta'$.

Przykładowo, jednym ze sprzężeń algorytmu R U L2 F' jest D2 B' R U L2 F' B D2. Innym sprzężeniem jest: F R U L2 F2 (dwa ostatnie ruchy skróciły się do jednego).

Natomiast przewinięcie algorytmu to wykonanie algorytmu począwszy od któregoś z jego ruchów, a po dojściu do końca kontynuowanie od początku aż do ruchu poprzedzającego ruch, od którego zaczęliśmy. Jeżeli więc algorytm przedstawimy jako $\alpha \cdot \beta$, to przewinięciem będzie algorytm $\beta \cdot \alpha$.

Przykładowo, wszystkimi przewinięciami algorytmu R U L2 F' są algorytmy: U L2 F' R, L2 F' R U, F' R U L2.

Jak to wykorzystać?

Sprzężenie zachowuje rozbitcie na cykle, w sensie liczby i długości cykli. To oznacza, że jeżeli na przykład wykonanie jakiegoś algorytmu skutkuje jedynie zmianą miejscami trzech rogów, to każde sprzężenie tego algorytmu będzie wyłącznie zmieniało miejscami trzy rogi, ale niekoniecznie te same co wyjściowy algorytm (warto zwrócić uwagę, że permutacja A wykonana B2 R2 B' L' B R2 B' L B' jest sprzężeniem komutatora [R2, B' L' B] ruchem B2, a zarazem sprzężeniem komutatora [B R2 B', L'] ruchem B).

W blindzie sprzężenia to jazda obowiązkowa, więc większość oczywistych zastosowań jest znana. Natomiast podam jeden przykład, który daje do myślenia w kontekście FM. Pomieszczone algorytmem: F R2 U' R2 U' R2 U F U F' R2 F U' F2. Nawet jeżeli ten LL wygląda obco, to prawie każdy powinien być w stanie go rozwiązać. Istotnie, wystarczy sprzęgnąć permutację Y ruchem F (czyli wykonać F - permutacja Y - F'; dokładnie tak "wygenerowałem" ten algorytm mieszający) lub permutację J ruchami F' D F2 (czyli wykonać F' D F2 - permutacja J odpowiednio trzymana - F2 D' F).

¹ W niniejszym pliku zostały zebrane artykuły Grzegorza Łuczyny, które opublikowane zostały na Forum Polskiego Stowarzyszenia Speedcubingu (<http://www.kostkarubika.org/forum>). Niestety we wrześniu 2016 forum zostało zamknięte. Za wiedzą i zgodą Grzegorza, od którego też dostałem te materiały, przygotowałem je i upubliczniłem. W razie pytań, uwag i wątpliwości proszę pisać do mnie na adres: g.pacewicz@gmail.com
Grzegorz Pacewicz

Przejdźmy teraz do przewijania. Zauważmy, że $\beta \cdot \alpha = \beta \cdot \alpha \cdot (\beta \cdot \beta') = \beta \cdot (\alpha \cdot \beta) \cdot \beta'$, a zatem $\beta \cdot \alpha$ jest sprzężeniem $\alpha \cdot \beta$. Wobec tego każde przewinięcie jest sprzężeniem, czyli posiada opisane wcześniej własności sprzężenia.

Weźmy przypadek parity (tzw. 2C2E), czyli sytuację, w której konieczne jest jedynie wzajemne zamienienie dwóch rogów i wzajemne zamienienie dwóch krawędzi. Najkrótsze algorytmy mają 10 ruchów i część z Was zapewne zna któryś z nich, a najprawdopodobniej następującą permutację J: R2 D' R' D R' B2 L U' L' B2. Weźmy teraz przewinięcie tego algorytmu, poczynawszy od 3. ruchu: R' D R' B2 L U' L' B2 R2 D'. Wiedzieliście, że znacie taki algorytm na ostatnią warstwę i że konieczne jest tylko 10 ruchów? Kolejne 8 przewinięć daje 8 kolejnych algorytmów -- wszystkie one rozwiązują parity w 10 ruchach.

A zatem znając jeden algorytm, znamy, czy raczej jesteśmy w stanie wyprowadzić, kilka innych. Być może któryś z nich akurat będzie nam potrzebny, czy to na końcu rozwiązania, czy jako insercja, czy do skrócenia ruchów.

Kiedy stosować sprzężenia i przewijanie algorytmu?

Techniki są przydatne, gdy nie znamy bezpośrednio rozwiązania jakiejś sytuacji, ale znamy algorytm rozwiązujący takie samo rozbięcie na cykle. Jako że mowa o układaniu w jak najmniejszej liczbie ruchów, to przydają się jedynie krótkie algorytmy. Najbardziej omówione 10-ruchowe parity. Poza tym na przykład sune (trzy cykl krawędzi i zmiana orientacji trzech rogów; U2 na końcu, rzecz jasna), 10-ruchowe parity z obróconym trzecim rogiem (R2 D' L F2 L' D R U2 R U), komutatory (w szczególności na parach; tylko sprzęganie, bo przewijanie nie ma sensu).

Coś jeszcze?

Tak -- pamiętajmy, że są jeszcze inwersje algorytmów!

2. Preruchy

Co to są preruchy?

Jest to sekwencja ruchów, jaką wykonamy na kostce przed pomieszczeniem kostki scramblem, by następnie znaleźć rozwiązanie takiej nieco inaczej pomieszczonej kostki. Z takiego rozwiązania łatwo uzyskamy rozwiązanie oryginalnego scramble'a, dokładając preruchy na jego koniec. Najpierw jednak trochę teorii.

Jeżeli dane są sekwencje ruchów α i β takie, że $\alpha \cdot \beta = \text{identyczność}$ (gdzie \cdot to po prostu złączenie sekwencji, czyli wykonanie ich jedna po drugiej (jest to działanie łączne i nieprzemienne), a identyczność oznacza sekwencję ruchów, która nie zmienia nic na kostce), to $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$.

Dowód:

$$\alpha \cdot \beta = \text{identyczność}$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \alpha = \text{identyczność} \cdot \alpha = \alpha = \alpha \cdot \text{identyczność}$$

$\beta \cdot \alpha = \text{identyczność}$

Jak to wykorzystać?

Niech α będzie scramblem, którego rozwiązanie chcemy znaleźć, zaś β preruchami. Niech teraz δ będzie rozwiązaniem $\beta \cdot \alpha$, czyli scramble'a poprzedzonego preruchami. Wówczas $\delta \cdot \beta$ jest rozwiązaniem scramble'a.

Dowód:

Skoro δ jest rozwiązaniem $\beta \cdot \alpha$, to:

$\beta \cdot \alpha \cdot \delta = \text{identyczność}$

$\alpha \cdot \delta \cdot \beta = \text{identyczność}$ (na mocy wcześniej udowodnionej równości)

Czyli $\delta \cdot \beta$ jest rozwiązaniem α .

Szybki przykład.

Scramble: F2 R2 D2 L2 D B2 L2 R B2 R U R2 D' L F R

Preruchy: U L2 R2 D'

Scramble z preruchami: U L2 R2 D' F2 R2 D2 L2 D B2 L2 R B2 R U R2 D' L F R

Rozwiązanie scramble'a z preruchami:

R' F D'

y2 U R L F2 R' U'

R' U L' R' U R y2 U R U' R'

R U' L U2 R2 D' F2 D U L' U' R U'

Po doklejeniu preruchów na koniec tego rozwiązania mamy rozwiązanie oryginalnego scramble'a.

Rozwiązanie: R' F D' y2 U R L F2 R' U' R' U L' R' U R y2 U R U' R' R U' L U2 R2 D' F2 D U L' U' R U' U L2 R2 D'

Kiedy stosować preruchy?

Powyższy przykład nie daje dobrego obrazu o preruchach, bo są one w nim wzięte z kosmosu. W istocie najczęstszym zastosowaniem dla preruchów jest sytuacja, w której decydujemy się na pseudo-F2La. Może więc kolejny przykład (autorstwa Piotoora).

Scramble: U L2 R2 D' F2 R2 D2 L2 D B2 L2 R B2 R U R2 D' L F R

Zauważmy, że po wykonaniu D2 R' D2 U F' D2 L B' mamy pseudo-blok 2x2x3. Korekta tego "pseudo" polega na wykonaniu ruchu B', który niestety rozwała tenże 2x2x3. Stosujemy więc B' jako preruch.

Preruchy: B'

Scramble z preruchami: B' U L2 R2 D' F2 R2 D2 L2 D B2 L2 R B2 R U R2 D' L F R

Rozwiązanie scramble'a z preruchami:

D2 R' D2 U F' D2 L B'

(Tym razem, dzięki zastosowaniu preruchu, jest to już normalny blok 2x2x3.)

z2 B U' B'

U' R' U2 R U R'

R' U2 R2 U R2 U R2 U2 R' U' R'

Po doklejeniu preruchu na koniec tego rozwiązania mamy rozwiązanie oryginalnego scramble'a.

D2 R' D2 U F' D2 L B' z2 B U' B' U' R' U2 R U R' R' U2 R2 U R2 U R2 U2 R' U' R' B'

Coś jeszcze?

Tak... NISS, o którym napisałem w innym temacie.

Jeszcze jeden przykład

Wziąłem się dzisiaj za powtórne analizowanie opublikowanych w temacie "Zabawy z FM" rozwiązań z Polish Nationals. Trafił się tam świetny przykład rozwiązania, w którym wykorzystanie preruchów dałoby zwycięstwo...

Michnik napisał(a):

Ja także zaprezentuje moje rozwiązanie z soboty

scramble: D F2 U' L2 B2 L2 D' R' B D B' D R' D2 F' D' B2 L R (19 HTM)

2x2x2:

R D' F R' F R U' (7)

Drugi blok 2x2x2:

x2 F' U' L2 F L' (5)

Koniec prawego boku:

U' F' U F U' F' U F (8)

F2LL (bardzo prosty):

U L U2 L' U2 L U' L' (8)

Permutacja U (nie znalazłem insercji) :

R2 U' F B' R2 F' B U' R2 (9)

Co daje 37 ruchów

Przyjrzyjmy się sytuacji po pierwszych 10 ruchach: R D' F R' F R U' x2 F' U' L2. W tym momencie Michnik postanowił wrzucić utworzony na lewej ścianie blok 2x2x1 na swoje miejsce. A przecież tak naprawdę miał ułożony pseudo-blok 2x2x3, wymagający preruchu L'. Pomieszczyć więc kostkę z tymże preruchem i zobaczymy cuda, jakie się wydarzą. Kontynuacja będzie w zasadzie oczywista, a jednocześnie, co najważniejsze, krótka.

Scramble z preruchem: L' D F2 U' L2 B2 L2 D' R' B D B' D R' D2 F' D' B2 L R

Początek Michnika.

R D' F R' F R U' x2 F' U' L2

Myślę, że teraz każdy próbuje poniższe 4 ruchy.

U2 R' F R

Ja w tym momencie orientuję krawędzie.

U F

I nawet Fridrichowcy skończyliby tak samo.

U' R U R' U # R U' R'

Zostaje nam trzycykl krawędzi. Bez insercji mamy 33 ruchy (razem z preruchem). Z insercją B2 D2 F2 L' F2 D2 B2 R' w miejscu # 31 ruchów (a może nawet jest jakaś lepsza insercja)...

Powiem krótko... Jeżeli macie pseudoblok, to natychmiast próbujcie wykorzystać preruchy!

Preruchy bywają bardzo użyteczne, jeżeli pierwszym etapem układania jest orientacja krawędzi. Jak? Oto przykład...

Scramble: U F2 U2 F U' L D R2 B' R' U L F2 U' D2 L2 U2 D L2 F2 D' B2

Niezorientowane krawędzie to: FR, BU, BD, BL, LU, LD i potrzeba 5 ruchów by je zorientować (np. L B' D2 U' F'). Ale FR, BL oraz LU są krawędziami pochodzącymi ze ściany F. Jeżeli więc wykonamy przed scramblem preruch F, to po pomieszeniu będą one dobrze zorientowane, za to źle będzie zorientowana krawędź RD (czwarta krawędź ze ściany F). Sprawdźmy...

Scramble z preruchem: F U F2 U2 F U' L D R2 B' R' U L F2 U' D2 L2 U2 D L2 F2 D' B2

Zgodnie z przewidywaniami niezorientowane krawędzie to: BU, BD, LD, RD i wystarczą 3 ruchy by je zorientować (np. R' L B). Tak więc udało nam się zaoszczędzić jeden ruch na orientacji krawędzi!

Dla zainteresowanych szybko znalezione rozwiązanie.

EOLine + pół lewego bloku: R' L B R2 D2 R2 D' #

Prawy blok: R' U R2 U2 R' U R U R

Krawędzie: L U L' U

Preruch: F

Rogi: [U2, R D' R'] w #

3. NISS

Przed przystąpieniem do czytania tego artykułu upewnij się, że przeczytałeś i zrozumiałeś artykuły o inwersji scramble'a i preruchach!

Co to jest NISS?

NISS (Normal-Inverse-Scramble-Switch) to finezyjna technika FM-owa opracowana najprawdopodobniej przez Guusa Razoux Schultza. W istocie jest ona sprytnym połączeniem techniki układania inwersji scramble'a z techniką preruchów i polega na rozwiązywaniu części kostki w oparciu o oryginalny algorytm mieszający (Normal Scramble), a pozostałej części w oparciu o inwersję algorytmu mieszającego (Inverse Scramble).

Na początek trochę nietrudnej teorii, na której opiera się ta technika.

Weźmy sekwencje ruchów α , β , δ takie, że $\alpha \bullet \beta \bullet \delta' = \text{identyczność}$. Wówczas wiemy (por. artykuł o preruchach), że $\delta' \bullet \alpha \bullet \beta = \text{identyczność}$. Z tego z kolei wynika (por. artykuł o inwersjach), że $\beta' \bullet \alpha' \bullet \delta = \text{identyczność}$.

Rozumując analogicznie możemy indukcyjnie wykazać (co pozostawiam czytelnikowi), że równoważne są poniższe trzy równości:

- 1) $\alpha \cdot \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n \cdot \delta_m' \cdot \dots \cdot \delta_2' \cdot \delta_1' = \text{identyczność}$,
- 2) $\delta_m' \cdot \dots \cdot \delta_2' \cdot \delta_1' \cdot \alpha \cdot \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n = \text{identyczność}$,
- 3) $\beta_n' \cdot \dots \cdot \beta_2' \cdot \beta_1' \cdot \alpha' \cdot \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \dots \cdot \delta_m = \text{identyczność}$.

Jeżeli teraz założymy, że α jest scramblem, to:

ad 1) $\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n \cdot \delta_m' \cdot \dots \cdot \delta_2' \cdot \delta_1'$ jest rozwiązaniem α ,

ad 2) $\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n$ jest rozwiązaniem α poprzedzonej preruchami $\delta_m' \cdot \dots \cdot \delta_2' \cdot \delta_1'$,

ad 3) $\delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \dots \cdot \delta_m$ jest rozwiązaniem α' (czyli inwersji scramble'a) poprzedzonej preruchami $\beta_n' \cdot \dots \cdot \beta_2' \cdot \beta_1'$.

Dodatkowo warto zauważyć, że jeżeli element kostki (krawędź lub róg) nie zmienia położenia po wykonaniu sekwencji ruchów α , to nie zmieni również położenia po wykonaniu sekwencji ruchów α' .

Jak to wykorzystać?

Rozważmy przykład (scramble z drugiej rundy Polish Nationals 2010).

Scramble (α): U' B2 D' L2 U' F2 D2 U' L' F L2 R' U' L' F2 U L' D' R'

Obiecujące rozpoczęcie (β_1): B2 R2 F' R' L'

Nie mamy pomysłu, co zrobić dalej, więc wykonujemy zamianę (Switch) na inwersję scramble'a, której rozwiązania będziemy szukać. Poprzedzamy ją jednak preruchami, które stanowi inwersja naszego rozpoczęcia (β_1').

Inwersja scramble'a poprzedzona preruchami ($\beta_1' \cdot \alpha'$): L R F R2 B2 R D L U' F2 L U R L2 F' L U D2 F2 U L2 D B2 U

Blok 2x2x3 (δ_1): L' D2 L2 U2 L' D

(Nie należy ulegać złudzeniu, że udało nam się ułożyć blok 2x2x3 w 6 ruchach. W istocie należy doliczyć jeszcze 5 preruchów.)

Znowu nie mamy pomysłu, co zrobić dalej, więc wykonujemy zmianę powrotną na oryginalny scramble (α). Poprzedzamy go preruchami, które stanowi inwersja 6 ruchów dających blok (δ_1').

Scramble poprzedzony preruchami ($\delta_1' \cdot \alpha$): D' L U2 L2 D2 L U' B2 D' L2 U' F2 D2 U' L' F L2 R' U' L' F2 U L' D' R'

Wykonujemy znalezione wcześniej obiecujące rozpoczęcie (β_1): B2 R2 F' R' L'

(Zauważmy, że ten sam bloczek 2x2x3 jest ułożony. Skoro jego elementy były na swoim miejscu po wykonaniu $\beta_1' \cdot \alpha' \cdot \delta_1$, to muszą być na swoim miejscu po wykonaniu $(\beta_1' \cdot \alpha' \cdot \delta_1)' = \delta_1' \cdot \alpha \cdot \beta_1$.)

Znajdujemy obiecującą kontynuację (β_2): R' L U' R U' L'

Znowu nie mamy pomysłu, więc znowu wykonujemy zamianę na inwersję scramble'a. Poprzedzamy ją preruchami, które stanowi inwersja obiecującego rozpoczęcia i kontynuacji (czyli $(\beta_1 \cdot \beta_2)' = \beta_2' \cdot \beta_1'$).

Inwersja scramble'a poprzedzona preruchami ($\beta_2' \cdot \beta_1' \cdot \alpha'$): L U R' U L' R L R F R2 B2 R D L U' F2 L U R L2 F' L U D2 F2 U L2 D B2 U

Powtarzamy 6 ruchów, które dawały bloczek (δ_1): L' D2 L2 U2 L' D

Kończymy ułożenie (δ_2): U L U' R L' B2 R' U2 L U2 L' L U' L U L U L U' L' U' L2 U

(Wnikliwy obserwator zauważy nieoptymalne rozwiązanie trzycyklu krawędzi. Znalezionej, dodającej tylko 4 ruchy, insercji nie prezentuję, bo nie o insercjach jest ten artykuł.)

Z powyższych sekwencji ruchów powstaje rozwiązanie oryginalnego scramble'a.

Ostateczne rozwiązanie ($\beta_1 \bullet \beta_2 \bullet \delta_2' \bullet \delta_1'$): B2 R2 F' R' L' R' L U' R U' L' U' L2 U L U L' U' L' U' L' U L' L U2 L' U2 R B2 L R' U L' U' D' L U2 L2 D2 L

Kiedy stosować NISS?

Chyba najlepiej wtedy, gdy dochodzimy do jakiegoś momentu, który wydaje się obiecujący (dużo ułożonych elementów) i nie potrafimy znaleźć sensownej kontynuacji. Możemy wtedy spróbować wykonać zamianę (Switch) i poszukać kontynuacji w nieco innej sytuacji.

Kilku doświadczonych zawodników biorących udział w Fewest Moves Challenge z powodzeniem stosuje NISS, o czym można się przekonać analizując ich rozwiązania.

Coś jeszcze?

Tak. Proszę pochopnie nie zachwycać się tą techniką...

Jeszcze jeden przykład

Świetny przykład NISS-a zaprezentował KwS. Jego rozwiązanie można znaleźć w temacie "Zabawy z FM", a poniżej prezentuję je minimalnie zmienione i z własnymi komentarzami.

Scramble (α): B' F' U' R U F2 L2 F B' D R2 D2 L' F D F2 D' F2 R U D F B' L2 U2

Nic nie widzimy, więc próbujemy inwersję.

Inwersja scramble'a (α'): U2 L2 B F' D' U' R' F2 D F2 D' F' L D2 R2 D' B F' L2 F2 U' R' U F B

Blok 2x2x3 (δ_1): F R B2 R U R' L2 U' B2

Nie widzimy kontynuacji, więc wracamy do normalnego scramble'a, który poprzedzamy preruchami w postaci inwersji powyższego rozpoczęcia.

Scramble poprzedzony preruchami ($\delta_1' \bullet \alpha$): B2 U L2 R U' R' B2 R' F' B' F' U' R U F2 L2 F B' D R2 D2 L' F D F2 D' F2 R U D F B' L2 U2

F2L bez jednego slotu (β_1): L B' U' B L' B L B'

Wracamy do inwersji. Poprzedzamy ją preruchami w postaci inwersji powyższej sekwencji.

Inwersja scramble'a poprzedzona preruchami ($\beta_1' \bullet \alpha'$): B L' B' L B' U B L' U2 L2 B F' D' U' R' F2 D F2 D' F' L D2 R2 D' B F' L2 F2 U' R' U F B

Powtarzamy blok 2x2x3 (δ_1): F R B2 R U R' L2 U' B2

W tym momencie dobrze widzimy siłę, jaka drzemie w NISS-ie. Po wykonaniu zamiany (Switch) pojawiła nam się oczywista i krótka możliwość dokończenia F2L-a i całego ułożenia (żeby nie wprowadzać zamieszania insercjami, układamy kolejno: slot orientujący krawędzie LL-a, permutacja krawędzi LL-a sunem, rogi LL-a komutatorem).

Dokończenie ułożenia: (δ_2): U F' L F L' B U2 B' U' B U' B' B' R' F R B R' F' R U2

Ostateczne rozwiązanie normalnego scramble'a ($\beta_1 \bullet \delta_2' \bullet \delta_1'$): L B' U' B L' B L B' U2 R' F R B' R' F' R B B U B' U B U2 B' L F' L' F U' B2 U L2 R U' R' B2 R' F'

4. Inwersja scramble'a

Spośród wielu technik, jakimi można się posługiwać w FM-ie, jedną z najprostszych jest szukanie rozwiązania inwersji scramble'a.

Co to jest inwersja sekwencji ruchów?

Jeżeli dana jest sekwencja ruchów α , to jej inwersją jest taka sekwencja ruchów α' , że $\alpha \bullet \alpha'$ = identyczność (gdzie \bullet to po prostu złączenie sekwencji, czyli wykonanie ich jedna po drugiej (jest to działanie łączne i nieprzemienne), a identyczność oznacza sekwencję ruchów, która nie zmienia nic na kostce). Na przykład niech $\alpha = R'$ (czyli ruch prawą ścianą kostki przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Wówczas $\alpha' = R$, bo $\alpha \bullet \alpha' = R' \bullet R =$ identyczność (istotnie, sekwencja $R' R$ jest identycznością, bo nic na kostce się nie zmienia).

Ciekawostka: warto zwrócić w tym miejscu uwagę, że R nie jest jedyną inwersją R' ; przykładową inną jest $U2 L2 U2 L2 U2 L2 R U2 L2 U2 L2 U2 L2$ (bo $R' U2 L2 U2 L2 U2 L2 R U2 L2 U2 L2 U2 L2$ również nic na kostce nie zmienia).

Zauważmy (dowód pozostawiam czytelnikowi), że $(\alpha \bullet \beta)' = \beta' \bullet \alpha'$, z czego z kolei wynika wzór pokazujący najprostszą drogę szukania inwersji: $(\alpha_1 \bullet \alpha_2 \bullet \dots \bullet \alpha_n)' = \alpha_n' \bullet \dots \bullet \alpha_2' \bullet \alpha_1'$. Przykład: inwersją $R U' F2 L D2$ jest $D2 L' F2 U R'$ (bo inwersjami $R, U', F2, L, D2$ są kolejno $R', U, F2, L', D2$).

Jak to wykorzystać?

Niech α będzie scramblem, którego rozwiązanie chcemy znaleźć, a α' jego inwersją. Jeżeli znajdziemy rozwiązanie β inwersji scramble'a (α'), to β' będzie rozwiązaniem scramble'a (α).

Dowód: skoro β jest rozwiązaniem α' , to:

$\alpha' \bullet \beta =$ identyczność

$\alpha \bullet \alpha' \bullet \beta = \alpha \bullet$ identyczność = α

$\beta = \alpha$ (co może zasakiwać, ale nie oznacza to, że jest to sama sekwencja ruchów, lecz że obie sekwencje prowadzą do tej samej sytuacji na kostce)

$\beta \bullet \beta' = \alpha \bullet \beta'$

identyczność = $\alpha \bullet \beta'$

Szybki przykład.

Scramble: R F D2 B' D2 U2 F B' R2 B F2 R D F R' D' B L' U R' F' U B' U' F2

Po pomieszeniu tym scramblem nic mi się nie nasuwa, więc mieszam inwersją scramble'a.

Inwersja scramble'a: F2 U B U' F R U' L B' D R F' D' R' F2 B' R2 B F' U2 D2 B D2 F' R'

Teraz szybko znajduję jakieś rozwiązanie (inwersji scramble'a).

L' B2 R' L' U L
U' R' U L U2 R' U' L' R
U B U B' R' U R' L' B' R' B R' L
F' L2 B L B' L' B L B' L F U

Inwersja tego rozwiązania jest rozwiązaniem scramble'a.

Rozwiązanie: U' F' L' B L' B' L B L' B' L2 F L' R B' R B L R U' R B U' B' U' R' L U R U2 L' U' R U
L' U' L R B2 L

Kiedy stosować tę technikę?

Nie ma konkretnych wskazań. Nigdy nie zaszkodzi spróbować pomieszać inwersją scramble'a, bo może akurat dostrzeżemy tam jakieś szatawne rozwiązanie. Trzeba tylko pamiętać, żeby na kartce z rozwiązaniem zapisać rozwiązanie dla oryginalnego scramble'a. Trzeba też uważać, żeby nie pomylić się przy mieszaniu inwersją.

Coś jeszcze?

Tak... NISS, o którym napisałem w innym temacie.

5. Insercje

Co to jest insercja?

Najprościej dowiedzieć się na przykładzie, choć może nieco nietypowym...

Weźmy następujący scramble: U' B2 R2 B2 L2 F2 R' B2 U F U' F' D U2 B' U B R2.

I takie jego częściowe rozwiązanie (zwane także sekwencją prowadzącą do szkieletu): L2 U R F R' F' D' L2 F' R.

Znaleziona sekwencja układa wszystko za wyjątkiem trzech krawędzi, które należy cyklicznie zamienić. Fridrichowcy powiedzą, że to permutacja "U", czyli w najkrótszej wersji 9 ruchów (B2 U L' R B2 L R' U B2). Ja jednak spytam, dlaczego to ma być co najmniej 9 ruchów? Przecież cykliczna zamiana trzech krawędzi wymaga tylko 6 ruchów, na przykład: L' R B2 L R' U2. Sęk w tym, że aby można zastosować rozwiązanie 6-ruchowe, krawędzie do zamiany muszą znajdować się na odpowiednich względem siebie pozycjach. Tutaj niestety nie są na takich pozycjach po wykonaniu naszego częściowego rozwiązania, ale może są gdzieś w trakcie? Zapamiętajmy, jaka krawędź, ma przejść na jaką: UB -> UR -> UL (tak naprawdę musimy zapamiętać, która naklejka przechodzi na którą, czyli nie zapamiętujemy cyklu krawędzi, tylko dwa cykle naklejek: UB -> UR -> UL oraz UB -> UR -> UL) i przeanalizujemy nasze częściowe rozwiązanie.

Tuż po pomieszeniu krawędzi UB znajduje się na pozycji DF, UR na pozycji DL, a UL na pozycji UR. To nie jest układ, w którym można zastosować 6 ruchowy algorytm, więc wykonujemy kolejne ruchy rozwiązania częściowego i po każdym badamy pozycję obserwowanych krawędzi. Już po pierwszych dwóch ruchach (L2 U) mamy porządaną sytuację. Krawędź UB jest na DF, UR na UB, UL na UF. Cykl, który zapamiętaliśmy możemy więc ułożyć

następującymi 6 ruchami: $L R' F_2 L' R U_2$. I to właśnie jest insercja! Zauważmy bowiem, że jeżeli teraz wykonamy resztę rozwiązania częściowego ($R F R' F' D' L_2 F' R$), to kostka będzie cała ułożona.

Zatem mamy całe rozwiązanie: $L_2 U L R' F_2 L' R U_2 R F R' F' D' L_2 F' R$ (pogrubieniem została wyróżniona insercja).

Udało nam się osiągnąć 16 ruchów, zamiast początkowych 19. Ale czy nie można lepiej? Może jest więcej insercji, a wśród nich taka, która skraca pewne ruchy? Szukajmy dalej (teraz zatrzymaliśmy się już na drugim ruchu rozwiązania częściowego). Istotnie po trzecim ruchu trafiamy na kolejną insercję, która daje nam takie rozwiązanie: $L_2 U R L R' F_2 L' R U_2 F R' F' D' L_2 F' R$. No i mamy 14 ruchów, bo ruchy R i R' się skracają.

Teraz każdy powinien mieć intuicję, co to jest insercja. Jest to po prostu wstawienie sekwencji rozwiązującej pewne elementy kostki wewnątrz sekwencji, która pozostawia te elementy nieułożone. W powyższym przykładzie "pewnymi elementami" były trzy krawędzie do cyklicznej zamiany. Mogą to być równie dobrze trzy rogi do cyklicznej zamiany, dwa rogi do zmiany orientacji, dwie pary po dwa rogi do zamiany (np. permutacja E), dwie pary po dwie krawędzie do zamiany (np. permutacja Z) itp.

W jakich sytuacjach i po co stosujemy insercje?

Druga część pytania jest prostsza. Insercje stosujemy, by osiągać lepsze wyniki w konkurencji Fewest Moves. Na zaprezentowanym przykładzie widać, że dzięki insercji udało nam się zaoszczędzić 5 ruchów! Nie ma się jednak co napalać. Z reguły na insercjach rzadko zyskujemy więcej niż 3 ruchy, za to najczęściej tracimy sporo minut szukając ich...

A w jakich sytuacjach stosujemy insercje? A raczej: kiedy może ogarnąć nas radość, że uda się zastosować insercję (i zaoszczędzić parę ruchów)? Wbrew pozorom niekoniecznie w sytuacji z przykładu (trzy krawędzie do zamiany), a to dlatego, że takie trzy krawędzie, w trakcie wykonywania kolejnych ruchów rozwiązania częściowego, z niedużym prawdopodobieństwem znajdują się w wymarzonej układzie, kiedy będzie można zastosować 6-ruchowy algorytm. Najczęściej insercje stosujemy do rozwiązywania cyklu trzech rogów. Powody są dwa: po pierwsze jest mnóstwo 8-ruchowych sekwencji zamieniających cyklicznie 3 rogi, po drugie nie trzeba tych sekwencji znać na pamięć, bo są to zwykłe komutatory (o komutatorach napiszę w osobnym temacie).

Może szybki przykład z cyklem trzech rogów:

Sekwencja mieszająca: $F_2 R' D_2 B_2 U_2 R_2 D' B R F' L_2 R_2 F' U R' F' D' B L_2$.

Rozwiązanie częściowe: $D U' F y_2 R' F' L' F_2 U L' F_2 L_2 U L R' D R' D' R F_2 L' U'$.

Insercja: $D U' F y_2 R' F' L' F_2 U L' F_2 L_2 U D' L D R D' L' D R' L R' D R' D' R F_2 L' U'$.

Jak szukać insercji?

Jeśli chodzi o zawody, to niestety nie mam dobrych wieści... Pozostaje mozolne analizowanie, ruch po ruchu, rozwiązania częściowego. Pocięcha jest taka, że po odpowiednio długim treningu, można skrócić czas szukania insercji (najlepszej skracającej, a nie pierwszej lepszej) do około 2-3 minut. Początkowo będzie to jednak zajmowało kilkanaście minut, a poza tym w wielu przypadkach w ogóle nie będziemy potrafili znaleźć najlepszej możliwej insercji.

Mi dodatkowo bardzo pomaga specjalnie przygotowana, nietypowo oklejona naklejkami, kostka do szukania insercji dla cykli trzech rogów. Chętnym zaprezentuję ideę jej używania przy okazji spotkań lub zawodów, bo zbyt mozolne wydaje mi się jej opisywanie.

Jeśli chodzi o trening w zaciszu domowym, to pomocny może się okazać program Insertions Searcher, który zamieściłem w stosownym dziale na forum.

Coś jeszcze?

Hm... Insercje są bardzo pożytecznym narzędziem, niestety dają się zastosować prawie wyłącznie w Fewest Moves. To może zniechęcać wielu z Was do mierzenia się z nimi, ale mam nadzieję, że sama świadomość ich istnienia pozwoli Wam z kolejnej strony spojrzeć na kostkę Rubika i sposoby jej układania.

Jestem gotowy na głosy krytyki, pytania i wątpliwości do rozwiania.